

Hong Kong Mathematics Olympiad (2001 – 2002)

Final Event 1 (Individual)

香港數學競賽 (2001 – 2002)

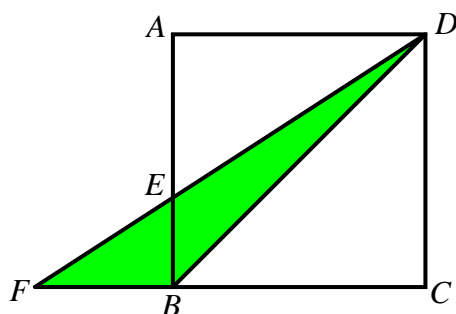
決賽項目 1 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 在下圖中， $ABCD$ 是一邊長為 10cm 的正方形， AEB 、 FED 及 FBC 為直線， $\triangle AED$ 的面積比 $\triangle FEB$ 的面積大 10cm^2 。若 $\triangle DFB$ 的面積為 $P\text{cm}^2$ ，求 P 的值。

In the following figure, $ABCD$ is a square of length 10cm . AEB , FED and FBC are straight lines. The area of $\triangle AED$ is larger than that of $\triangle FEB$ by 10cm^2 . If the area of $\triangle DFB$ is $P\text{cm}^2$, find the value of P .



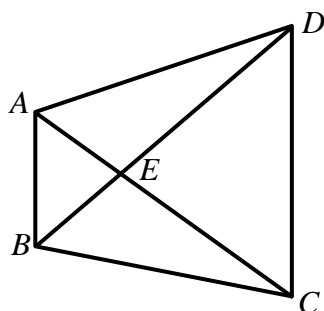
- (ii) 一件工程，甲單獨需時 90 天完成，而乙則需時 Q 天。若甲、乙二人合做只需 P 天完成，求 Q 的值。

Workman A needs 90 days to finish a task independently while workman B needs Q days for the same task. If they only need P days to finish the task when working together, find the value of Q .



- (iii) 在下圖中， $AB \parallel CD$ ，梯形 $ABCD$ 的面積為 $R\text{cm}^2$ 。已知 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 的面積分別為 $Q\text{cm}^2$ 和 $4Q\text{cm}^2$ ，求 R 的值。

In the following figure, $AB \parallel CD$, the area of trapezium $ABCD$ is $R\text{cm}^2$. Given that the areas of $\triangle ABE$ and $\triangle CDE$ are $Q\text{cm}^2$ and $4Q\text{cm}^2$ respectively, find the value of R .

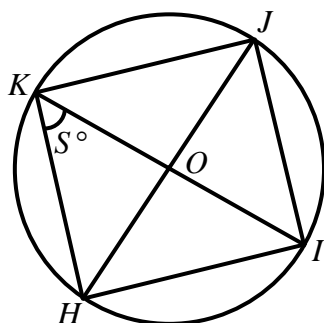


(iv) 在下圖中， O 為圓心， HJ 和 IK 為圓的直徑以及 $\angle HKI = S^\circ$ 。已知

$$\angle HKI + \angle HOI + \angle HJI = \frac{1}{4}R^\circ, \text{ 求 } S \text{ 的值。}$$

In the following figure, O is the centre of the circle, HJ and IK are diameters and $\angle HKI = S^\circ$.

Given that $\angle HKI + \angle HOI + \angle HJI = \frac{1}{4}R^\circ$, find the value of S .



Hong Kong Mathematics Olympiad (2001 – 2002)

Final Event 2 (Individual)

香港數學競賽 (2001 – 2002)

決賽項目 2 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 已知 $P = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$ ，求 P 的值。

Given that $P = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$, find the value of P .

- (ii) 已知 $99Q = P \times \left(1 + \frac{99}{100} + \frac{99^2}{100^2} + \frac{99^3}{100^3} + \cdots \right)$ ，求 Q 的值。

Given that $99Q = P \times \left(1 + \frac{99}{100} + \frac{99^2}{100^2} + \frac{99^3}{100^3} + \cdots \right)$, find the value of Q .

- (iii) 已知 x 及 R 為實數。若對所有 x ， $\frac{2x^2 + 2Rx + R}{4x^2 + 6x + 3} \leq Q$ ，求 R 的最大值。

Given that x and R are real numbers and $\frac{2x^2 + 2Rx + R}{4x^2 + 6x + 3} \leq Q$ for all x , find the maximum value of R .

- (iv) 已知 $S = \log_{144} \sqrt[R]{2} + \log_{144} \sqrt[2R]{R}$ ，求 S 的值。

Given that $S = \log_{144} \sqrt[R]{2} + \log_{144} \sqrt[2R]{R}$, find the value of S .

Hong Kong Mathematics Olympiad (2001 – 2002)

Final Event 3 (Individual)

香港數學競賽 (2001 – 2002)

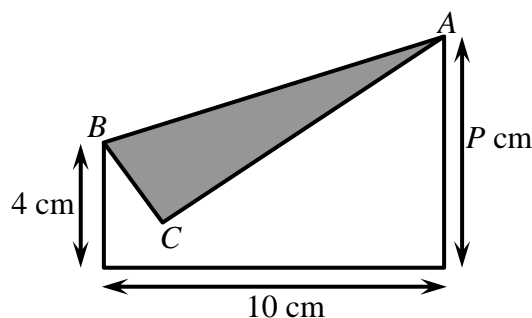
決賽項目 3 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 將一長方形紙摺出以下的圖形。若 $\triangle ABC$ 的面積是原長方形紙面積的 $\frac{1}{3}$ ，求 P 的值。

A rectangular piece of paper is folded into the following figure. If the area of $\triangle ABC$ is $\frac{1}{3}$ of the area of the original rectangular piece of paper, find the value of P .



- (ii) 已知 $\frac{P}{2}(4^x + 4^{-x}) - 35(2^x + 2^{-x}) + 62 = 0$ 。若 Q 是此方程的正整數解，求 Q 的值。

If Q is the positive integral solution of the equation $\frac{P}{2}(4^x + 4^{-x}) - 35(2^x + 2^{-x}) + 62 = 0$, find the value of Q .

- (iii) 設 $[a]$ 表示不大於 a 的最大整數，例如 $[2.5] = 2$ 。若 $R = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \cdots + [\sqrt{99Q}]$ ，求 R 的值。

Let $[a]$ be the largest integer not greater than a . For example, $[2.5] = 2$. If

$R = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \cdots + [\sqrt{99Q}]$, find the value of R .

- (iv) 一個凸多邊形，除了內角 A 以外，其他內角的和是 $4R^\circ$ 。若 $\angle A = S^\circ$ ，求 S 的值。

In a convex polygon, other than the interior angle A , the sum of all the remaining interior angles is equal to $4R^\circ$. If $\angle A = S^\circ$, find the value of S .



Hong Kong Mathematics Olympiad (2001 – 2002)

Final Event 4 (Individual)

香港數學競賽 (2001 – 2002)

決賽項目 4 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

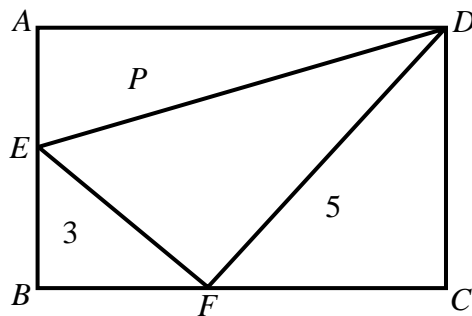
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

- (i) 已知 $f(x) = (x^2 + x - 2)^{2002} + 3$ 及 $f\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right) = P$ ，求 P 的值。

Given that $f(x) = (x^2 + x - 2)^{2002} + 3$ and $f\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right) = P$, find the value of P .

- (ii) 在下圖中， $ABCD$ 為一長方形。 E 和 F 分別是 AB 和 BC 上的點。三角形 AED 、 EBF 和 FCD 的面積分別為 P 、 3 和 5 。若 $\triangle EFD$ 的面積為 Q ，求 Q 的值。

In the following figure, $ABCD$ is a rectangle. E and F are points on AB and BC respectively. The areas of triangles AED , EBF and FCD are P , 3 and 5 respectively. If the area of $\triangle EFD$ is Q , find the value of Q .



- (iii) 已知 x 和 y 為兩正整數。若不等式 $x^2 + y^2 \leq Q$ 的解 (x, y) 的數目為 R ，求 R 的值。

It is given that x and y are positive integers. If the number of solutions (x, y) of the inequality $x^2 + y^2 \leq Q$ is R , find the value of R .

- (iv) 已知 α 和 β 是方程 $x^2 - ax + a - R = 0$ 的兩個根，其中 a 為實數。若 $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$ 的最小值為 S ，求 S 的值。

It is given that α and β are roots of the equation $x^2 - ax + a - R = 0$, where a is real. If the minimum value of $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$ is S , find the value of S .

